

第十届“聪明小机灵”小学数学邀请赛(复赛)试题

五年级

(1) 计算: $0.1 - (0.1 + 0.3) + (0.1 + 0.3 + 0.5) - (0.1 + 0.3 + 0.5 + 0.7) + \dots - (0.1 + 0.3 + \dots + 9.5) + (0.1 + 0.3 + \dots + 9.7) =$ _____。

解: 原式 $= 0.1 + [(0.1 + 0.3 + 0.5) - (0.1 + 0.3)] + [(0.1 + 0.3 + 0.5 + 0.7 + 0.9) - (0.1 + 0.3 + 0.5 + 0.7)] + \dots + [(0.1 + 0.3 + \dots + 9.7) - (0.1 + 0.3 + \dots + 9.5)]$
 $= 0.1 + 0.5 + 0.9 + \dots + 9.7$
 $= (0.1 + 9.7) \times [(9.7 - 0.1) \div (0.5 - 0.1) + 1] \div 2$
 $= 9.8 \times [9.6 \div 0.4 + 1] \div 2$
 $= 9.8 \times 25 \div 2$
 $= 122.5$

(2) $10^{211} - 2011$ 的差各个数位上的数字之和是 _____。

解: 因为 $1000000 - 2011 = 997989$

所以 $10^{211} - 2011 = \underbrace{1000 \dots 0000}_{211 \text{ 个 } 0} - 2011 = \underbrace{9999 \dots 9997989}_{207 \text{ 个 } 9}$

$9 \times (207 + 2) + 7 + 8 = 9 \times 209 + 15 = 1881 + 15 = 1896$

(3) 在 7002, 70002, 700002, ..., 这样的最高位上的数字为 7, 最低位上的数字为 2, 中间全是 0 的整数中, 能够被 81 整除的最小数是 _____。

解: 7002, 70002, 700002, ..., 被 9 除, 商分别为 778, 7778, 77778, ... 在这些商中, 能够被 3 整除的有 77778, 7777778, ..., 其中还能被 9 整除的最小数是 77778。所以能够被 81 整除的最小数是 700002。

(4) 粮店第一天运进 50 袋大米和 30 袋面粉, 共重 12400 千克, 第二天运进 70 袋大米和 60 袋面粉, 共重 18800 千克。每袋大米重 _____ 千克, 每袋面粉重 _____ 千克。

解: $50 \text{ 袋大米} + 30 \text{ 袋面粉} = 12400 \text{ 千克}$ ①

① $\times 2$ $50 \text{ 袋大米} \times 2 + 30 \text{ 袋面粉} \times 2 = 12400 \text{ 千克} \times 2$

$100 \text{ 袋大米} + 60 \text{ 袋面粉} = 12400 \text{ 千克} \times 2$ ②

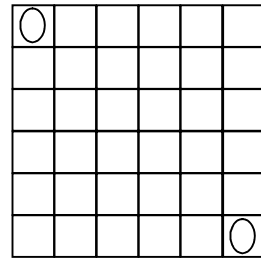
$70 \text{ 袋大米} + 60 \text{ 袋面粉} = 18800 \text{ 千克}$ ③

② $-$ ③ 得 $(12400 \times 2 - 18800) \div (50 \times 2 - 70) = (24800 - 18800) \div (100 - 70)$

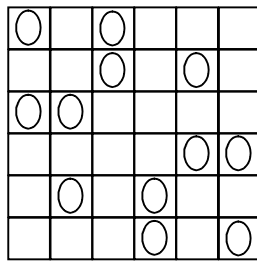
$= 6000 \div 30 = 200 \text{ (千克)} \dots \dots \text{每袋大米重量}$

$(12400 - 200 \times 50) \div 30 = 80 \text{ (千克)} \dots \dots \text{每袋面粉重量}$

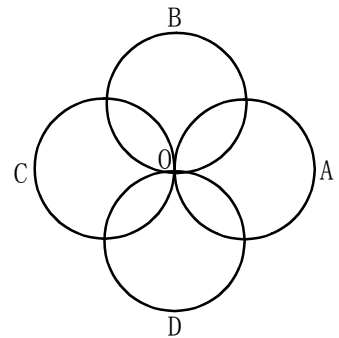
(5)右图中，两只母鸡正在盘算着，要使每行、每列、每斜行中的鸡蛋不超过2只。它们能在这蛋格子里最多下_____个蛋，蛋格子中已经下好了2个蛋。



解：如右图，能在蛋格子里下12个蛋，（摆放形式不唯一）



(6)如右图，四个圆形跑道，每个跑道的长都是1千米，A、B、C、D四位运动员同时从交点O出发，分别沿四个跑道跑步，他们的速度分别是每小时2千米，每小时3千米，每小时4千米，每小时5千米，那么从出发到四人相遇，四人共跑了_____圈。



解：四位运动员各跑一圈分别用的时间：

A: $1 \div 2 \times 60 = 30$ (分钟), B: $1 \div 3 \times 60 = 20$ (分钟)

C: $1 \div 4 \times 60 = 15$ (分钟), D: $1 \div 5 \times 60 = 12$ (分钟)

四位运动员从出发到四人相遇所需时间：

$[30, 20, 15, 12] = 60$ (分钟) = 1(小时)

四位运动员从出发到四人相遇共跑了多少圈？

$60 \div 30 + 60 \div 20 + 60 \div 15 + 60 \div 12 = 14$ (圈)。

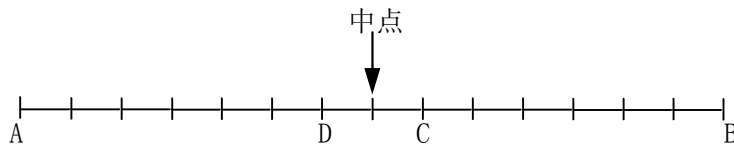
(7)由二个2和三个4组成的所有不同的五位数的平均值是_____。

解：由2个2和3个4组成 $\frac{5!}{2! \times 3!} = 10$ (个)不同的五位数。这些五位数的各位数码只能是2

或者4。2在万位，千位，百位，十位，个位各出现4次，4在万位，千位，百位，十位，个位各出现6次，所以这10个五位数的平均值是： $(2 \times 4 + 4 \times 6) \times 11111 \div 10 = 355552 \div 10 = 35555.2$ 。

(8) 甲、乙两人同时从 A、B 两地出发，甲每分钟行 80 米，乙每分钟行 60 米，两人在途中的 C 点相遇。如果甲晚出发 7 分钟，两人将在途中的 D 处相遇，且 A、B 的中点距 C、D 距离相等。A、B 两地相距_____米。

解：由于两人同时出发，相遇时行走的时间相同，可以把速度的比看作路程的比： $80 : 60 = 8 : 6 = 4 : 3$ ，因此 AB 两地相距的路程可以看作 14 份(8+6)，如下图所示：



由图知，甲、乙两人同时从 A、B 两地出发，相遇在 C 点，甲走了 8 份，乙走了 6 份。

如果甲晚出发 7 分钟，两人将在途中的 D 处相遇，甲走了 6 份，乙走了 8 份。

甲走 6 份的时间，乙只能走 $6 \div 4 \times 3 = 4.5$ (份) 的路程，所以 7 分钟乙走了： $8 - 4.5 = 3.5$ (份)，乙走 1 份的路程需要： $7 \div (8 - 4.5) = 2$ (分钟)。

A、B 两地相距： $60 \times 2 \times 14 = 1680$ (米)。

(9) 将一个 $9\text{cm} \times 9\text{cm} \times 9\text{cm}$ 的正方体切为 $1\text{cm} \times 1\text{cm} \times 1\text{cm}$ 的小正方体。用这些小正方体重新粘合成一个内部为空洞但表面无空洞的大正方体，这个空心的正方体要尽可能的大。那么剩下没有用到的小正方体是_____个。

解：较小立方体的个数是 $9 \times 9 \times 9 = 729$ 。

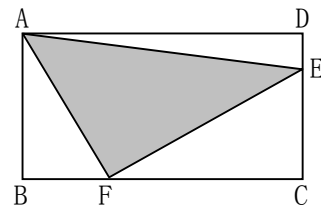
对空心的立方体，每个面应该是一正方形，面积接近于 $\frac{729}{6} = 121.5$ 。

围绕 121.1 的可能值是 $11^2 = 121$ 和 $12^2 = 144$ 。

11^3 的空心立方体应包含 $11^3 - 9^3 = 1331 - 729 = 602$ 个小立方体 < 729 ，所以是可能的； 12^3 的空心立方体包含 $12^3 - 10^3 = 1728 - 1000 = 728$ (个) 小立方体，所以它是可能的最大立方体。

于是剩下的小立方体个数是 $729 - 728 = 1$ (个)。

(10) 如右图，长方形面积是 40 平方厘米，三角形 ADE 的面积是 3.5 平方厘米，三角形 ABF 的面积是 6 平方厘米，那么阴影部分三角形的面积是_____平方厘米。



解：连接 AC，三角形 AFC 的面积是 $40 \div 2 - 6 = 14$ (平方厘米)

三角形 AEC 的面积是 $40 \div 2 - 3.5 = 16.5$ (平方厘米)

$EC \times AD = 16.5 \times 2 = 33$ ， $FC \times AB = 14 \times 2 = 28$

$EC \times AD \times FC \times AB = 33 \times 28 = 924$ ， $EC \times FC \times 40 = 924$ ， $EC \times FC = 23.1$

阴影部分三角形的面积是 $14 + 16.5 - 23.1 \div 2 = 18.95$ (平方厘米)。

